

этой логической строгости добились, показав существование предельных значений с помощью доказательств, совпадающих, по существу, с доказательством путем исчерпывания. Но только в настоящее время это последнее доказательство дается, как мы уже указали на первом примере приложения его, *один раз навсегда* или же употребляется при установлении столь общих понятий, как сумма бесконечного ряда или как определенный интеграл. Между тем как в древности его повторяли по поводу каждого частного случая.

Однако существует довольно серьезное формальное различие между тем, как рассматривали вопросы этого рода древние и как они трактуются теперь, хотя различие это, имеющее своим источником различие исходных пунктов, нисколько не затрагивает логической строгости заключений. Эта разница обнаружилась уже, когда нами рассматривался в общем виде вопрос о непрерывности величин, непрерывности, существование которой для геометрически представляемых величин прямо предполагалось древними, как об этом свидетельствуют четыре первые книги „Начал“; только позже, в пятой книге, вводятся арифметические способы, которыми тоже можно пользоваться для сравнения несоизмеримых величин. В настоящее время, наоборот, начинают с этих арифметических соображений, применяя их лишь впоследствии к носящим более эмпирический характер непрерывно изменяющимся величинам.

В наше время изложение часто начинают с рассмотрения процесса сходящегося арифметического приближения, с помощью которого находят площадь какой-нибудь плоской фигуры (например круга) или какой-нибудь объем (например объем пирамиды) и пользуются им для определения понятия площади или объема. Наоборот, древние полагали, что понятия площади плоской фигуры или объема определены общими аксиомами о величинах, с которыми мы уже познакомились по первой книге „Начал“; таким образом теорема, что площадь круга больше площади всякого вписанного многоугольника и меньше площади всякого описанного многоугольника, была для них непосредственным следствием восьмой аксиомы. Из аксиом первой книги выводили способы приближения, которые служили тогда для нахождения (*détermination*) площадей или объемов, а теперь служат для определения (*définition*) соответствующих понятий. Но зато наблюдается полное согласие в том, что в древности, как и в настоящее время, требовали строгого доказательства *сходимости* применяемых процессов.

Однако, когда дело идет о нахождении длины кривой линии или площади кривой поверхности, недостаточно общих аксиом о величинах.

Поэтому в настоящее время считают особенно необходимым определить эти понятия с помощью того же самого процесса приближения, при посредстве которого находят фактически эти величины. Мы увидим, что от Архимеда, во всяком случае, не